



Environment and Water Engineering

Homepage: www.jewe.ir



ISSN: 2476-3683

Research Paper

Numerical Modeling of Inflow into a Wet Bed with Complex Free-Surface Interactions using a Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics Method

Faramarz Jelvehgar^{1*}, Hossein Mahdizadeh², Mahdi Mollazadeh³ and Ahmad Shakibaeinia⁴

¹M.Sc. Student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

²Assoc. Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

³Assist. Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

⁴Assoc. Professor, Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, Montréal, Canada

Paper Information

Received: August 10, 2022

Revised: November 05, 2022

Accepted: November 06, 2022

Keywords:

Inflow

Navier-Stokes Equations

Open Boundary Conditions

Wave Interaction

*Corresponding author:

faramarz_jelvehgar@birjand.ac.ir



Abstract

The interaction between the surface flood and the drainage system's outflow is an important source of uncertainty in urban flood modeling. In the present study, the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method was used to model the outflow from the drainage system, considering the effect of its interaction with the surface flood. To perform modeling, a new open boundary condition was defined. First, an experimental problem of dam-break propagation over a wet bed was modeled and the numerical results were compared with the experimental data. Investigations showed that the average error of the numerical model is about 2% and its maximum error is less than 4%. Then, to control the efficiency of the defined open boundary conditions, a problem of jet injection into the water tank was investigated. It was observed that the results of the numerical model are in good agreement with the experimental data. Finally, the problem of the inflow from the bottom and its interaction with the flow caused by the dam break was modeled and its results were interpreted and compared with a volume of the fluid numerical model. In general, the results showed that the developed numerical model has an acceptable accuracy in simulating complex flows.

© Authors, Published by **Environment and Water Engineering** journal. This is an open-access paper distributed under the CC BY (license <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



Introduction

Urban flooding is an increasingly important issue that causes widespread devastation, economic damage, and loss of human lives. Insufficient

drainage system capacity is usually the cause of flooding in urban areas. In these situations, many interactions between the sewer networks and surface runoff flows are created, which are violent and dominated by non-hydrostatic



pressure. Therefore, urban flood models need to simulate the mentioned interactions to predict the exact behavior of floods. Research on urban flood modeling has been extensive and has led to the development of a wide range of approaches for simulating the hydrodynamics of urban flooding in recent years. However, there is still no complete model or general method that can describe all hydrodynamics aspects of the flood in different modes. The numerical modeling of such flow problems is traditionally based on Eulerian solvers. These solvers are mainly mesh-based and are unable to simulate discontinuities of the waves in the case of complex interactions where the fluid particles are separated. In the present study, the weakly compressible smoothed particle hydrodynamics (WCSPH) method has been used to model the surcharged outflow through the sewage manholes and its interactions with the free surface flow. The WCSPH is a mesh-free Lagrangian method that does not have the limitation mentioned for the conventional mesh-based methods and has proven the capacity to simulate complex interactions with highly dynamic and fragmented interfaces. The most important challenge in modeling the problems of the present study using the WCSPH method is the implementation of boundary conditions. Thus, in this study, a modified open boundary condition was defined and its performance is investigated.

Material and Methods

In this study, for using the WCSPH method, SPHysics2D open-source code has been developed and new boundary conditions have been defined for it. Discretization of the equations in the WCSPH method is based on kernel approximation. The governing equations are integrated in time using a symplectic scheme, which is an explicit scheme and is second-order

accurate in time. This scheme predicts all the evolution variables at half of the time step and recalculates them at the end of the time step. Also, to control the stability of the numerical solution, the time integration is limited by the Courant-Friedrich-Levy (CFL) condition and the Courant number was selected equal to 0.2. Solid boundaries are modeled through the fixed ghost particle approach for simulating the bottom and the walls in the computational domain. To modeling of inlet/outlet boundary conditions defined a modified open boundary condition using buffer particles to discretize open boundaries where the physical quantities of the flow can be assigned to the buffer particles in two different ways: the first is to assign physical quantities to the buffer particles at the beginning of solving the problem, and in the second option, the first-order SPH interpolation is used to extrapolate the physical quantities from the fluid domain. To assess the accuracy of the numerical method, the numerical results were compared with experimental data, and two criteria of root-mean-square error (RMSE) and mean percentage error (MPE) were used. In addition, for a better evaluation of the WCSPH method, its results were compared with the results of a volume of fluid (VOF) model, based on STAR-CCM+ solver. In the VOF model, the finite volume method was used to discretize the equations and the Reynolds stress transport (RST) model was used to model the turbulence.

Results

To validate the numerical models, an experimental problem of dam-break propagation over a wet bed was modeled and the numerical results were compared with the experimental data. The values of RMSE and MPE criteria for this problem are presented in Table 1.

Table 1 Error values of numerical methods in calculating the height of the free surface for the dam-break problem over a wet bed at different times

Time (s)	RSME ^{WCSPH} (m)	RSME ^{VOF} (m)	MPE ^{WCSPH} (%)	MPE ^{VOF} (%)
1.42	0.00334	0.00865	1.3438	2.5519
3.26	0.00305	0.00693	1.5082	2.8619
4.78	0.00662	0.00825	2.7644	3.3507
6.64	0.01075	0.01028	3.8682	3.6779

Table 1 shows that the average of errors of the WCSPH method is about 2% and its maximum error is less than 4%. Also, in the first three periods of time, the error of the WCSPH method is significantly less than the VOF model. This

statistic indicates the high accuracy of the WCSPH method. To control the efficiency of the defined open boundary conditions, a problem of jet injection into the water tank was investigated. It was observed that the results of the WCSPH

model are in good agreement with the experimental data. Also, in this problem, the results of the present WCSPH model were compared with the results of previous research works. The comparisons indicated that the present WCSPH model gives a better agreement to the experimental measurements. Then, the performance of the developed WCSPH model was investigated to predict the free surface in a problem with an upward inlet jet flow. It was observed that the present WCSPH method has simulated turbulence and water level fluctuations well even without the choice of turbulence models. Finally, to evaluate the performance of the present WCSPH method for modeling interactions between flood wave propagation and the outflow from the sewer network, a dam-break problem with an inflow interaction from the bottom was modeled. The performance of the WCSPH model was compared with the VOF model and some previous studies that were based on solving shallow water equations. It was found that the numerical results achieved by the WCSPH method even as a single-phase model

are in good agreement with those from the multiphase VOF model, while methods based on solving shallow water equations are not capable to model the high-velocity flows and non-hydrostatic pressure.

Conclusions

In general, it was concluded that the WCSPH model proposed in the present study provides accurate results even for flows with high turbulence and severe free surface fluctuations. Also, the open boundary conditions used in this study performed well in modeling the desired problems and their results were in good agreement with the experimental measurements.

Data Availability

The data can be sent by e-mail upon request to the responsible author.

Conflicts of interest

The authors of this paper declared no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.



ISSN: 2476-3683

محیط زیست و مهندسی آب

Homepage: www.jewe.ir

مقاله پژوهشی

مدل سازی عددی جریان ورودی به بستر مرطوب با برهم کنش های سطح آزاد پیچیده با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری ضعیف

فرامرز جلوه گر^{۱*}، حسین مهدیزاده^۲، مهدی ملازاده^۳ و احمد شکیبائی نیا^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۲ دانشیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۳ استادیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۴ دانشیار، گروه عمران، زمین شناسی و معدن، دانشگاه پلی تکنیک مونترآل، مونترآل، کانادا

اطلاعات مقاله

چکیده

تاریخ دریافت: [۱۴۰۱/۰۵/۲۳]

تاریخ بازنگری: [۱۴۰۱/۰۹/۱۴]

تاریخ پذیرش: [۱۴۰۱/۰۹/۱۵]

واژه های کلیدی:

برهم کنش امواج
جریان ورودی
شرایط مرزی باز
معادلات ناویر-استوکس

برهم کنش میان سیلاب سطحی و جریان خروجی سامانه زهکشی، منبع مهمی از عدم قطعیت در مدل سازی های سیلاب شهری است. در پژوهش حاضر از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری ضعیف برای مدل سازی جریان خروجی از سامانه زهکشی با در نظر گرفتن اثر برهم کنش آن با سیلاب سطحی استفاده شد. برای انجام مدل سازی، شرایط مرزی باز جدیدی تعریف شد. نخست، مسئله آزمایشی انتشار شکست سد بر بستر مرطوب مدل سازی و نتایج عددی حاصل با داده های آزمایشگاهی مقایسه شد. بررسی ها نشان داد که میانگین خطای مدل عددی حدود ۲٪ و حداکثر خطای آن کم تر از ۴٪ است. سپس برای کنترل کارایی شرایط مرزی باز تعریف شده، به بررسی مسئله تزریق جت به مخزن آب پرداخته شد. مشاهده شد که نتایج مدل عددی هماهنگی خوبی با داده های آزمایشگاهی دارد. در نهایت مسئله جریان ورودی از کف و برهم کنش آن با جریان ناشی از شکست سد مدل سازی شد و به تفسیر و مقایسه نتایج آن با مدل عددی حجم سیال پرداخته شد. به طور کلی نتایج نشان داد که مدل عددی توسعه داده شده از دقت قابل قبولی در شبیه سازی جریان های پیچیده برخوردار است.

*نویسنده مسئول:

faramarz_jelvehgar@birjand.ac.ir



۱- مقدمه

سازه هایی مانند منهول ها در تعامل هستند و ممکن است برهم کنش های متعددی بین آن ها ایجاد شود. بنابراین مدل های سیل شهری به منظور پیش بینی دقیق رفتار سیل، نیاز به شبیه سازی برهم کنش های مذکور دارند. پژوهش ها در مورد مدل سازی سیل شهری بسیار گسترده بوده است. با این

بروز سیلاب شهری می تواند باعث اختلالات اقتصادی و اجتماعی قابل توجهی شود. در بیش تر موارد ظرفیت ناکافی سیستم فاضلاب شهری، عامل ایجاد سیل می باشد. هنگامی که سیل رخ می دهد، آب هم در خیابان ها و هم در سیستم زهکشی زیرزمینی جریان می یابد. این دو نوع جریان از طریق



مرزی است که بر خلاف روش‌های مبتنی بر شبکه مانند حجم محدود، در روش SPH چالش برانگیز است و این محدودیت در مسائل مرتبط با شرایط مرزهای باز، بیشتر نمود پیدا می‌کند (Aristodemo et al. 2015; Tafuni et al. 2018).

پژوهش‌هایی که تابحال به مدلسازی عددی جریان خروجی از سیستم فاضلاب و برهم‌کنش‌های متعددی که ممکن است بین این جریان و جریان سطح آزاد اتفاق بیفتد پرداخته‌اند، فقط محدود به استفاده از قوانین پایستگی حجم محدود هستند که تنها معادلات آب کم‌عمق را حل می‌کنند. این روش‌ها صرفاً برای سرعت‌های جریان خروجی خاصی معتبر هستند که در آن‌ها بتوان توزیع فشار را هیدرواستاتیک در نظر گرفت (Martins et al. 2017). مدلسازی‌های پژوهش‌های مذکور نمی‌تواند برای سناریوهای سیل واقعی که در آن برهم‌کنش‌های شدید امواج صورت می‌گیرد و ذرات سیال تحت فشار غیر هیدرواستاتیکی از یکدیگر جدا می‌شوند تعمیم یابد (Luo et al. 2022). هدف از پژوهش حاضر، توسعه شرایط مرزی مدل عددی WCSPH برای ایجاد امکان مدلسازی تخلیه جریان به بستر از طریق منهول‌های فاضلاب و برهم‌کنش‌های آن با جریان سطحی است. برای بررسی عملکرد مدل توسعه یافته، نتایج آن با داده‌های آزمایشگاهی و نتایج دیگر پژوهشگران مقایسه شد.

۲- مواد و روش‌ها

در این پژوهش، برای نشان دادن دقت و قابلیت اطمینان مدل WCSPH، علاوه بر مقایسه نتایج آن با داده‌های آزمایشگاهی موجود و نتایج محققان دیگر، با نتایج نوعی مدل عددی حجم سیال (VOF)^۵ نیز مقایسه شد. مدلسازی‌های مسائل با استفاده از مدل VOF، به‌وسیله نرم‌افزار STAR-CCM+ که حل‌کننده معادلات ناویر-استوکس می‌باشد، انجام شد که در آن از مدل آشفتگی انتقال تنش رینولدز (RST)^۶ استفاده شد. اطلاعات بیشتر در مورد مدل VOF و معادلات حاکم بر آن در Xiong et al. (2020) قابل مشاهده است. در پژوهش حاضر، برای مدلسازی با روش WCSPH، کد متن‌باز SPHysics2D (Gomez-Gesteira et al. 2012) توسعه داده شده و شرایط مرزی جدیدی به آن اضافه شد. برای مقایسه کمی

حال، تا به امروز یک مدل کامل یا روش عمومی که بتواند تمام جنبه‌های هیدرودینامیک سیل را به شیوه‌ای بهینه و در حالت‌های مختلف به تصویر بکشد، وجود ندارد (Luo et al. 2022). پژوهش‌های آزمایشگاهی مربوط به این نوع الگوهای جریان نیز نسبتاً محدود هستند (Kitsikoudis et al. 2017; Rubinato et al. 2021). مدلسازی عددی جریان‌های مذکور به‌طور مرسوم با استفاده از حل‌کننده‌های اولیه مبتنی بر شبکه و با انتخاب مدل‌های آشفتگی دلخواه انجام می‌شود. این روش‌ها قادر به شبیه‌سازی دقیق ناپیوستگی‌های امواج در مسائل مواجه با برهم‌کنش‌های پیچیده و جدا شدن ذرات سیال از یکدیگر نمی‌باشند.

از سوی دیگر، روش‌های لاگرانژی^۱ بدون شبکه مانند روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)^۲، نسل جدیدی از روش‌های عددی هستند که محدودیت‌های مذکور در روش‌های مرسوم مبتنی بر شبکه را ندارند. بنابراین، این روش‌ها برای مدلسازی جریان‌های سطح آزاد، به‌ویژه زمانی که برخوردهای پیچیده بین جریان‌های مختلف یا بین ذرات سیال و سازه‌ها اتفاق می‌افتد، انتخابی مناسب هستند (Jandaghian et al. 2022; Huang et al. 2022). اساس کار روش SPH بر مبنای تقسیم دامنه مسئله به تعدادی ذره پراکنده می‌باشد که هر کدام دارای خواص فیزیکی مشخص هستند. ذرات مذکور متحرک بوده و سطوح آزاد، مرزهای متحرک و تغییرات توپولوژیکی آن‌ها در فرایند شبیه‌سازی به‌طور طبیعی به وسیله ذرات قابل ردیابی می‌باشد. فرمول‌بندی اصلی این روش که تحت عنوان SPH با تراکم پذیری ضعیف (WCSPH)^۳ شناخته می‌شود، از معادله حالت^۴ برای محاسبه میدان فشار استفاده می‌کند. با توجه به این‌که این روش امروزه کاربردهای زیادی در طیف وسیعی از مسائل دینامیک سیالات دارد، بیش از پیش مورد توجه محققان قرار گرفته و کارایی و محبوبیت آن افزایش یافته است (Purkayastha and Saud Afzal 2022). علی‌رغم مزیت‌ها و کاربردهای روش SPH، هنوز زمینه‌هایی وجود دارد که محققان را در استفاده از روش فوق با محدودیت‌هایی مواجه می‌کند و برای گسترش کاربرد نیاز به توسعه و بهبود دارد. از جمله این محدودیت‌ها اعمال شرایط

¹Lagrangian Methods

²Smoothed Particle Hydrodynamics

³Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics

⁴Equation of State

⁵Volume of Fluid

⁶Reynolds Stress Transport

این که در این روش کمیت‌های مختلف با استفاده از تابع کرنل محاسبه می‌شوند، انتخاب این تابع در عملکرد مدل‌های WCSPH تاثیر بسیار زیادی دارد. توابع کرنل به صورت W_{ab} به عنوان تابعی از فاصله بدون بعد $q=r/h$ بیان می‌شوند که r فاصله بین ذرات a و b است و شعاع تاثیر تابع کرنل که در آن ناحیه، تاثیر سایر ذرات بر ذره مرکزی باید در نظر گرفته شود $2h$ می‌باشد. طول هموارساز در مدل‌سازی‌های انجام شده در پژوهش حاضر $h = \sqrt{2}\Delta l$ در نظر گرفته شد که Δl فاصله اولیه بین ذرات است. شایان ذکر است که در پژوهش حاضر از تابع کرنل Wendland استفاده شد که به صورت رابطه (۵) می‌باشد (Domínguez et al. 2022).

$$W(r, h) = \begin{cases} \alpha_D \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (2q + 1) & 0 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (5)$$

که، مقدار α_D برای مدل‌های دوبعدی برابر با $7/4 \pi h^2$ می‌باشد.

۲-۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر رفتار جریان سیال شامل دو معادله اصلی پیوستگی و اندازه حرکت می‌باشد که در فرم لاگرانژی به ترتیب به صورت روابط (۶) و (۷) بیان می‌شوند (Domínguez et al. 2022).

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \mathbf{g} + \Gamma \quad (7)$$

که، P ، $\mathbf{g}$ و $\mathbf{u}$ به ترتیب بیانگر فشار، بردار شتاب ثقل، بردار سرعت و زمان هستند. در رابطه (۵)، Γ بیانگر ترم‌های اتلاف لزجت است و بر اساس نوع لزجت انتخابی، رویکردهای مختلفی برای این ترم‌ها وجود دارد که در پژوهش حاضر از لزجت مصنوعی استفاده شد. از این رو روابط فوق بر اساس تقریب‌های کرنل و ذره به صورت روابط (۸) و (۹) تبدیل می‌شوند (Domínguez et al. 2022):

$$\frac{D\rho_a}{Dt} = \sum_b m_b u_{ab} \nabla_a W_{ab} \quad (8)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = -\sum_b m_b \left(\frac{P_a + P_b}{\rho_b \rho_a} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{g} \quad (9)$$

که، Π_{ab} ترم لزجت است که از طریق رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

نتایج عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی، از معیارهای ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)^۱ و میانگین درصد خطا (MPE)^۲ استفاده شده که به ترتیب از طریق رابطه (۱) و (۲) قابل محاسبه هستند:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (h_i^{exp} - h_i^{num})^2}{N}} \quad (1)$$

$$MPE = \frac{100\%}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|h_i^{exp} - h_i^{num}|}{h_i^{exp}} \quad (2)$$

که h^{exp} و h^{num} به ترتیب عمق آب مربوط به داده‌های آزمایشگاهی و نتایج عددی است و N بیانگر تعداد نقاط روی پروفیل سطح آزاد است که در این پژوهش برابر با ۱۰۰۰ در نظر گرفته شد.

۲-۱- ویژگی‌های اصلی روش WCSPH

در روش WCSPH سیال و دامنه محاسباتی را می‌توان به عنوان مجموعه‌ای محدود از ذرات مدل‌سازی کرد که هر کدام از آن‌ها دارای خصوصیات مشخصی هستند. ذرات مذکور با یکدیگر در یک محدوده کنترل شده به وسیله یک تابع وزنی تعامل دارند. در این روش، درونیابی کمیت‌های مختلف ذرات در هر نقطه از دامنه محاسباتی براساس تقریب کرنل^۳ انجام می‌شود (Wang et al. 2022). بر این اساس مقدار تابع f ، در هر نقطه که در فضای Ω قرار دارد از درونیابی انتگرالی محاسبه می‌شود که به صورت رابطه (۳) قابل بیان است:

$$f(\mathbf{r}) \approx \langle f(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{r}') w(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) d\mathbf{r}' \quad (3)$$

که، $\mathbf{r}$ بردار موقعیت ذره هدف، $\mathbf{r}'$ بردار موقعیت یک ذره عمومی که در ناحیه تاثیر Ω قرار دارد، $w(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h)$ تابع وزنی یا کرنل و h طول هموارساز است. با استفاده از مجموعه‌یابی بر روی تمام ذرات موجود در ناحیه تحت تاثیر تابع کرنل، رابطه فوق به فرم گسسته، مطابق رابطه (۴) تبدیل می‌شود (Wang et al. 2022):

$$f(\mathbf{r}_a) = \sum_b m_b \frac{f(\mathbf{r}_b)}{\rho_b} W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|, h) \quad (4)$$

که در آن a بیانگر ذره مرکزی، b ذرات همسایه ذره مرکزی، m جرم ذرات و ρ چگالی ذرات می‌باشد. با توجه به

¹Root-Mean-Square Error

²Mean Percentage Error

³Kernel Approximation

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha_{\Pi} \bar{c}_{ab} \mu_{ab}}{\rho_{ab}} & \mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

که، $\rho_{ab} = \rho_a + \rho_b/2$ ، $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$ ، $\mathbf{u}_{ab} = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b$ ، $\eta^2 = \mu_{ab} = h \mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} / (r_{ab}^2 + \eta^2)$ ، $\bar{c}_{ab} = c_a + c_b/2$ ، $0.01h^2$ میانگین سرعت صوت و α_{Π} ضریب ثابتی است که مقدار آن متناسب با مسئله مورد مطالعه متفاوت است. همچنین در روابط (۸) و (۹)، $\nabla_b W_{ab}$ گرادیان تابع کرنل است که به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود (Wang et al. 2022).

در روش WSPH، برای محاسبه فشار سیال از یک معادله حالت استفاده می‌شود. در مطالعه حاضر از معادله حالت Tait استفاده شد که به صورت رابطه (۱۲) می‌باشد (Domínguez et al. 2022).

$$\nabla_a W_{ab} = \frac{\partial W_{ab}}{\partial q} \frac{\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b| h} \quad (11)$$

که، γ ضریب ثابتی است که مقدار آن برای آب $\gamma = 7$ است و $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ چگالی مرجع سیال است. ضریب

$$P = B[(\rho/\rho_0)^\gamma - 1] \quad (12)$$

که، Δt گام زمانی بوده و بالانویس n بیان‌گر شماره گام زمانی است. سپس با استفاده از رابطه (۱۲)، فشار ذرات در نیمه گام زمانی محاسبه شد. در ادامه موقعیت، سرعت و

$$\mathbf{r}_a^{n+1/2} = \mathbf{r}_a^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{u}_a^n, \mathbf{u}_a^{n+1/2} = \mathbf{u}_a^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{D\mathbf{u}_a^n}{Dt}, \rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{D\rho_a^n}{Dt} \quad (13)$$

چگالی اصلاح شده ذرات در انتهای گام زمانی طبق رابطه (۱۴) محاسبه شده و در نهایت فشار نهایی ذرات در انتهای گام زمانی طبق رابطه (۱۲) به دست آمد.

$$\mathbf{r}_a^{n+1} = \mathbf{r}_a^n + \Delta t \frac{(\mathbf{u}_a^{n+1/2} + \mathbf{u}_a^n)}{2}, \mathbf{u}_a^{n+1} = \mathbf{u}_a^n + \Delta t \frac{(D\mathbf{u}_a^{n+1/2})}{Dt}, \rho_a^{n+1} = \rho_a^n \frac{2 - \varepsilon_a^{n+1/2}}{2 + \varepsilon_a^{n+1/2}} \quad (14)$$

زمانی عبارتند از شرط CFL^۱، ترم‌های نیرویی و ترم پخش لزجت که از ترکیب آن‌ها رابطه (۱۶) حاصل می‌شود. برای حفظ دقت و پایداری حل عددی، انجام کنترل فوق ضروری می‌باشد (Domínguez et al. 2022).

که، پارامتر $\varepsilon_a^{n+1/2}$ از رابطه (۱۵) قابل محاسبه است.

$$\varepsilon_a^{n+1/2} = - \left(\frac{D\rho_a^{n+1/2}}{Dt} / \rho_a^{n+1/2} \right) \Delta t \quad (15)$$

یکی از پارامترهای مهم در پایداری حل مسائل در روش‌های انتگرال‌گیری زمانی صریح، تعیین گام زمانی مناسب می‌باشد. پارامترهای تاثیرگذار در کنترل گام

$$\Delta t_f = \min_a \sqrt{h / \left| \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} \right|}, \Delta t_{cv} = \frac{h}{c_s + \max_b \frac{|\mathbf{h}\mathbf{u}_a \cdot \mathbf{r}_{ab}|}{r_{ab}^2 + \eta^2}}, \Delta t = C_{CFL} \min(\Delta t_f, \Delta t_{cv}) \quad (16)$$

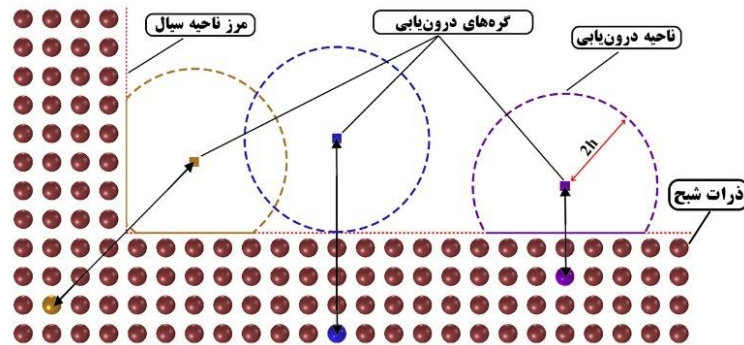
۴-۲- شرایط مرزی

روش اصلی در کد SPHysics2D برای مدل‌سازی مرزهای جامد مانند کف و دیواره‌های نفوذناپذیر، استفاده از شرایط مرزی Dynamic است (Gomez-Gesteira et al. 2012). اما این نوع شرایط مرزی دارای معایبی مانند ارائه نتایج

که، $\left| \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} \right|$ اندازه شتاب ذرات، c_s سرعت صوت و C_{CFL} عدد کورانت می‌باشد. در پژوهش حاضر، برای تمام مدل‌سازی‌ها از گام زمانی متغیر با استفاده از رابطه (۱۶) استفاده شد که در آن عدد کورانت برابر با ۰/۲ در نظر گرفته شد.

^۱Courant–Friedrich–Levy
Environment and Water Engineering

مرزی در خارج از دامنه سیال قرار می گیرند که موقعیت آن‌ها در طول شبیه سازی مسئله ثابت است. هر ذره شبیح به صورت عمودی بر مرز منعکس می شود تا یک گره درون یابی منحصر به فرد ایجاد کند (شکل ۱). خصوصیات هر ذره شبیح مانند فشار و سرعت، با استفاده از درون یابی خصوصیات ذرات سیال در گره درون یابی منحصر به همان ذره محاسبه شده و به آن اختصاص پیدا می کند.



شکل ۱- منعکس شدن ذرات شبیح و ایجاد گره های درون یابی در شرایط مرزی ذرات شبیح ثابت

Fig. 1 Mirroring ghost particles and creating interpolation nodes in the boundary condition of fixed ghost particles

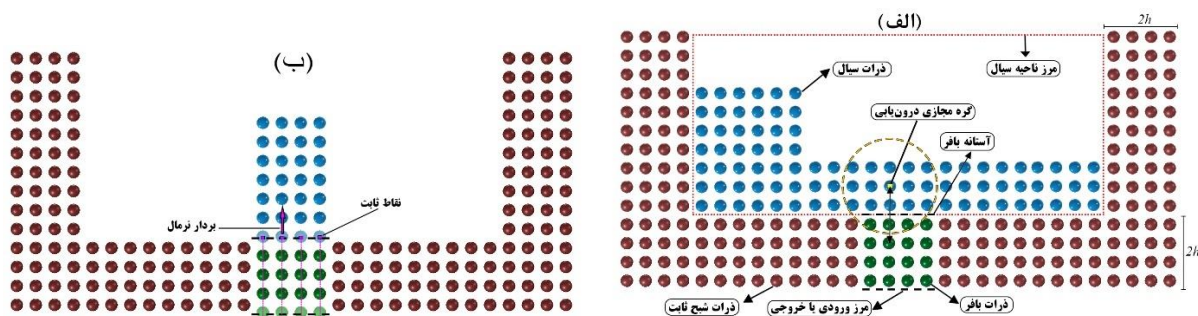
که در آن از لایه های ذرات بافر برای مدل سازی مرزهای ورودی و خروجی استفاده شد. در شرایط مرزی مذکور، خصوصیات فیزیکی جریان در مرزهای ورودی و خروجی را می توان به دو روش تعیین نمود. روش اول اختصاص خصوصیات فیزیکی به ذرات بافر در ابتدای حل مسئله است و در روش دیگر می توان خصوصیات فیزیکی را از طریق درون یابی از دامنه سیال با استفاده از گره های درون یابی مجازی به دست آورد. موقعیت گره های مجازی مذکور، همانند روش ذکر شده در شرایط مرزی جامد ذرات شبیح ثابت تعیین می شود.

به طور کلی، مقدار کمیت فیزیکی f در هر گره درون یابی g از طریق رابطه (۱۷) محاسبه می شود.

$$f_g = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} f_j W_{gj}^{MLS} \quad (17)$$

که j به ذرات سیال موجود در ناحیه درون یابی اشاره دارد و W^{MLS} تابع کرنل تصحیح شده با استفاده از رویکرد حداقل مربعات متحرک است که رابطه آن در (Colagrossi and Landrini 2003) قابل مشاهده است.

در پژوهش حاضر، برای مدل سازی جریان های ورودی و خروجی، شرایط مرزی باز جدیدی به مدل عددی اضافه شد



شکل ۲- طرحی از شرایط مرزی باز اجرا شده در پژوهش حاضر: الف- ذرات و اجزای مختلف شرایط مرزی و ب- ورود جریان از کف به دامنه سیال و تبدیل ذرات بافر به ذرات سیال

Fig. 2 A sketch of the open boundary conditions implemented in the present study: a) different particles and components of the boundary conditions and b) Entering the flow from the bottom

همان‌طور که در شکل (۲-ب) نشان داده شده است، هنگامی که ذرات بافر از آستانه مرز ورودی عبور می‌کنند و وارد دامنه سیال می‌شوند به ذرات سیال تبدیل شده و در ادامه فرآیند حل، مطابق با معادلات WCSPH تکامل می‌یابند. به همین ترتیب با تبدیل ذرات بافر به ذرات سیال، ذرات بافر جدیدی در انتهای ناحیه بافر ایجاد می‌شود که موقعیت هر ذره جدید، r_{new} ، از طریق رابطه (۱۸) تعیین می‌شود.

$$r_{new} = [r_{fluid} - (r_{fluid} - r_{fixed}) \cdot n_{fixed} - L_{buffer}]r_{fixed} \quad (18)$$

ذرات سیال که به ناحیه بافر وارد می‌شوند از فرایند شبیه سازی حذف می‌شوند.

۲-۵- شرایط اولیه مدل‌سازی مسائل

در این قسمت به معرفی هندسه و شرایط اولیه مسائلی که در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار گرفت پرداخته شده است. لازم به ذکر است که در تمام مدل‌سازی‌های انجام شده در پژوهش حاضر با مدل VOF، سیستم معادلات حاکم با شرایط مرزی دیواره بدون لغزش به‌طور ضمنی گسسته‌سازی شد. همچنین برای همه آن‌ها از آرایش شبکه مربعی یکنواخت دوبعدی با اندازه سلول 0.05 m و گام زمانی s 0.01 استفاده شد.

۲-۵-۱- انتشار امواج ناشی از شکست سد بر بستر مرطوب

برای صحت‌سنجی مدل‌های عددی از داده‌های آزمایشگاهی Kocaman and Ozmen-Cagatay (2015) استفاده شد. شکل (۳) هندسه اولیه این آزمایش را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. آزمایش مذکور در یک فلوم مستطیلی انجام شده است که طول، عرض و ارتفاع آن بر حسب m به ترتیب $8/90$ ، $0/30$ و $0/30$ می‌باشد. یک دریچه عمودی در فاصله $4/65 \text{ m}$ از ورودی بالادست تعبیه شده است که فلوم را به دو قسمت تقسیم می‌کند که قسمت اول مخزن و قسمت دوم کانال مرطوب پایین‌دست است. انتهای پایین‌دست کانال برای تامین بستر مرطوب با یک دریچه فولادی بسته شده است. قبل از انجام آزمایش مخزن با آب تا ارتفاع $0/25 \text{ m}$ پر شده و عمق اولیه پایاب $0/1 \text{ m}$ در نظر گرفته شده است.

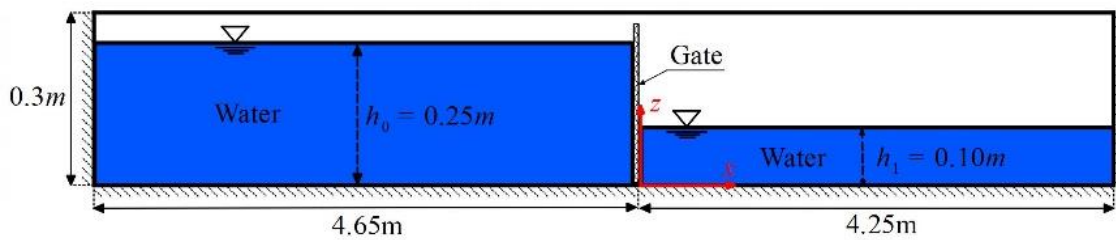
شکل (۲) به‌طور خلاصه طرحی از شرایط مرزی باز ارائه شده را نشان می‌دهد که در آن به مجموعه ذرات مختلف رنگ‌های خاصی نسبت داده شده است. تعداد لایه‌های بافر طوری در نظر گرفته شد که عرض ناحیه بافر برابر با $2h$ باشد تا اطمینان حاصل شود که تمام ذرات تحت تاثیر تابع کرنل قرار می‌گیرند. در شرایط مرزی مذکور، بین ذرات بافر خروجی و ورودی تفاوتی وجود ندارد و در هر دو رویکرد، نحوه تخصیص خصوصیات فیزیکی به این ذرات مشابه یکدیگر است.

که، r_{fluid} بیانگر موقعیت ذره بافری که به ذره سیال تبدیل شده است می‌باشد و r_{fixed} به موقعیت نقطه ثابت مرتبط با همان ذره بافر روی آستانه بافر اشاره دارد. L_{buffer} بیانگر عرض ناحیه بافر بوده و n_{fixed} بردار یکه نرمال بر دامنه سیال در نقطه ثابت است. شایان ذکر است که برای هر ذره a روی مرز، بردار یکه نرمال آن از رابطه (۱۹) به‌دست می‌آید.

$$n_a = \frac{\sum_b \Delta V_b W_{ab} e_{ab}}{|\sum_b \Delta V_b W_{ab} e_{ab}|} \quad (19)$$

که، $\Delta V_b = \frac{m_b}{\rho_b}$ است. برای درونیابی $e_{ab} = \frac{r_{ab}}{|r_{ab}|}$ ، کمیت‌ها در گره‌های مجازی، از مجموع کرنل و گرادیان کرنل تصحیح شده مطابق روش (Liu and Liu 2006) استفاده شد.

یکی از مشکلاتی که به‌طور خاص در شبیه‌سازی مسائلی از قبیل جریان ورودی از مرز پایین به‌ویژه برای سرعت‌های کم وجود دارد شکل گرفتن جریان برگشتی در نواحی مرز ورودی است. این مشکل زمانی اهمیت پیدا می‌کند که در شرایط مرزی مسئله واقعی، ذرات سیال فقط در یک جهت اجازه عبور از مرز ورودی را داشته باشند. برای رفع این مشکل، در الگوریتم شرایط مرزی پژوهش حاضر سه رویکرد مختلف برای زمانی که ذرات سیال از مرز ورودی عبور کرده و وارد ناحیه بافر می‌شوند در نظر گرفته شد که به‌وسیله آن می‌توان انواع مختلف مسائل را مدل‌سازی کرد. در رویکرد اول، ذرات سیال وارد شونده به ناحیه بافر به ذرات بافر تبدیل شده و خصوصیات مرز ورودی به آن‌ها اختصاص داده می‌شود. در رویکرد دوم، ذرات سیال که به ناحیه بافر وارد می‌شوند، خصوصیاتشان تغییری نمی‌کند و در رویکرد آخر،



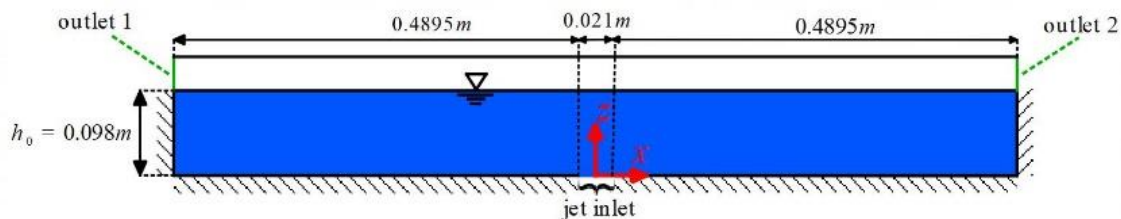
شکل ۳- هندسه اولیه شماتیک انتشار شکست سد بر بستر مرطوب

Fig. 3 Schematic initial geometry of dam-break propagation over a wet bed

تعبیه شده است که از طریق این روزه، یک جت آب به صورت عمودی با سرعت ثابت 0.62 m/s به مخزن وارد می‌شود. در مدل عددی WCSPH پژوهش حاضر، برای این مسئله فاصله اولیه بین ذرات 0.021 m در نظر گرفته شده و مرزهای مربوط به ورودی و خروجی جریان با چندین لایه ذرات بافر مدل‌سازی شد. برای ذرات بافر جت ورودی، سرعت عمودی ثابت اعمال شد و فشار آن‌ها برابر با مقدار هیدرواستاتیک تنظیم می‌شود. همچنین خصوصیات مربوط به ذرات بافر مرزهای خروجی از طریق درونیابی از ذرات سیال مجاور آن‌ها اعمال می‌شود.

۲-۵-۲- تزریق جت در کف مخزن آب

برای بررسی عملکرد شرایط مرزی باز جدید که در پژوهش حاضر ارائه شده است، به مدل‌سازی مسئله تزریق جت در کف مخزن آب پرداخته شد. این مسئله در پژوهش (Espa and Frattini (2002 به صورت آزمایشگاهی انجام شده است. هدف بررسی رفتار جریان و ردیابی موقعیت جت تزریق شده است. شکل (۴) طرحی شماتیک از هندسه اتخاذ شده برای این مسئله را نشان می‌دهد. طول مخزن مستطیل شکل 1 m است و از مرزهای چپ و راست توسط دو سرریز به ارتفاع 0.098 m محدود شده و مخزن در زمان اولیه پر از آب است. در وسط کف مخزن روزه‌ای با قطر 0.021 m



شکل ۴- هندسه اولیه شماتیک برای مسئله تزریق جت در کف مخزن آب

Fig. 4 Schematic initial geometry for the problem of jet injection at the bottom of a water tank

ارتفاع 0.02 m آب وجود دارد. برای این مسئله، در روش WCSPH فاصله اولیه بین ذرات 0.005 m در نظر گرفته شد.

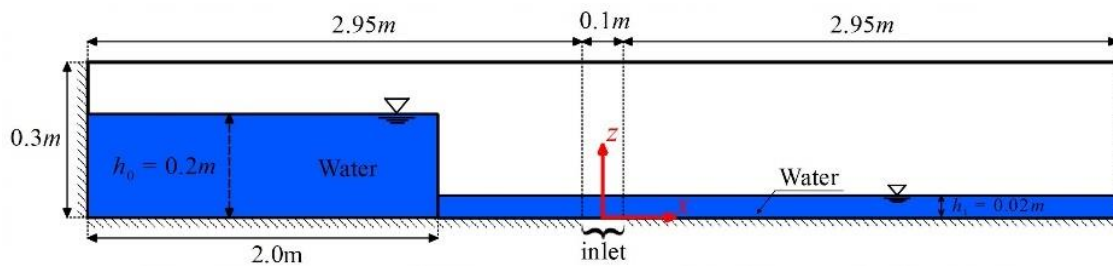
۲-۵-۴- برهم‌کنش جریان ناشی از شکست سد با جریان ورودی از کف

در این مسئله به بررسی کارایی روش WCSPH مورد استفاده در پژوهش حاضر برای مدل‌سازی امواج سیلاب سطحی با در نظر گرفتن برهم‌کنش‌های ناشی از امواج جریان خروجی از شبکه فاضلاب پرداخته شد. برای شبیه‌سازی جریان سیلاب سطحی از یک شکست سد استفاده شد و جریان خروجی از مجرای فاضلاب، مانند مسئله قبلی، از طریق شکافی در کف کانال و با سرعتی مشخص به بستر وارد می‌شود. شکل (۵) هندسه اولیه این مسئله را به صورت شماتیک نشان می‌دهد.

در مطالعه آزمایشگاهی (Espa and Frattini (2002، برای اینکه درک بهتری از رفتار جریان به دست آید، با افزودن مقداری متیلن بلو به آب مربوط به جت تزریقی، رنگ آن را نسبت به آب مخزن تغییر داده‌اند. در پژوهش حاضر، برای ردیابی موقعیت جت با روش WCSPH، رنگ ذرات مرتبط با جت متفاوت با رنگ ذرات آب مخزن در نظر گرفته شد.

۲-۵-۳- جریان ورودی از کف به بستر مرطوب

هدف از این مسئله، بررسی عملکرد مدل WCSPH توسعه داده شده برای پیش‌بینی سطح آزاد در یک مسئله با جریان جت ورودی رو به بالا است. جت ورودی با سرعت ثابت 1 m/s از شکافی با طول 0.1 m در کف و وسط کانال روی بستر مرطوب منتشر می‌شود. هندسه این مسئله به صورت یک کانال روباز به طول 6 m است که دارای دیواره‌های نفوذناپذیر با ارتفاع 0.2 m است و در ابتدا درون این کانال تا



شکل ۵- هندسه اولیه شماتیک برای مسئله برهم‌کنش شکست سد با جریان ورودی از کف

Fig. 5 Schematic initial geometry for the problem of the interaction of dam-break with inflow from the bottom

هندسه این مسئله به صورت یک کانال مستطیلی با دیواره‌های نفوذناپذیر است که طول و ارتفاع آن به ترتیب ۶ m و ۰/۳ m می‌باشد. به طول ۲ m و ارتفاع ۰/۲ m در انتهای سمت چپ کانال، آب قرار گرفته است که در زمان آغاز حل مسئله، به‌طور ناگهانی رها می‌شود. همچنین برای تامین بستر مرطوب، در زمان ابتدایی در بقیه کانال حجم آبی به عمق ۰/۰۲ m قرار داده شده است. شکاف مربوط به جریان ورودی به طول ۰/۱ m، مانند مسئله قبل، دقیقاً در وسط کانال قرار دارد و از طریق آن جریان با سرعت ثابت ۰/۵ m/s به بستر وارد می‌شود. برای این مسئله، در روش WCSPH، فاصله اولیه بین ذرات ۰/۰۰۵ m در نظر گرفته شد.

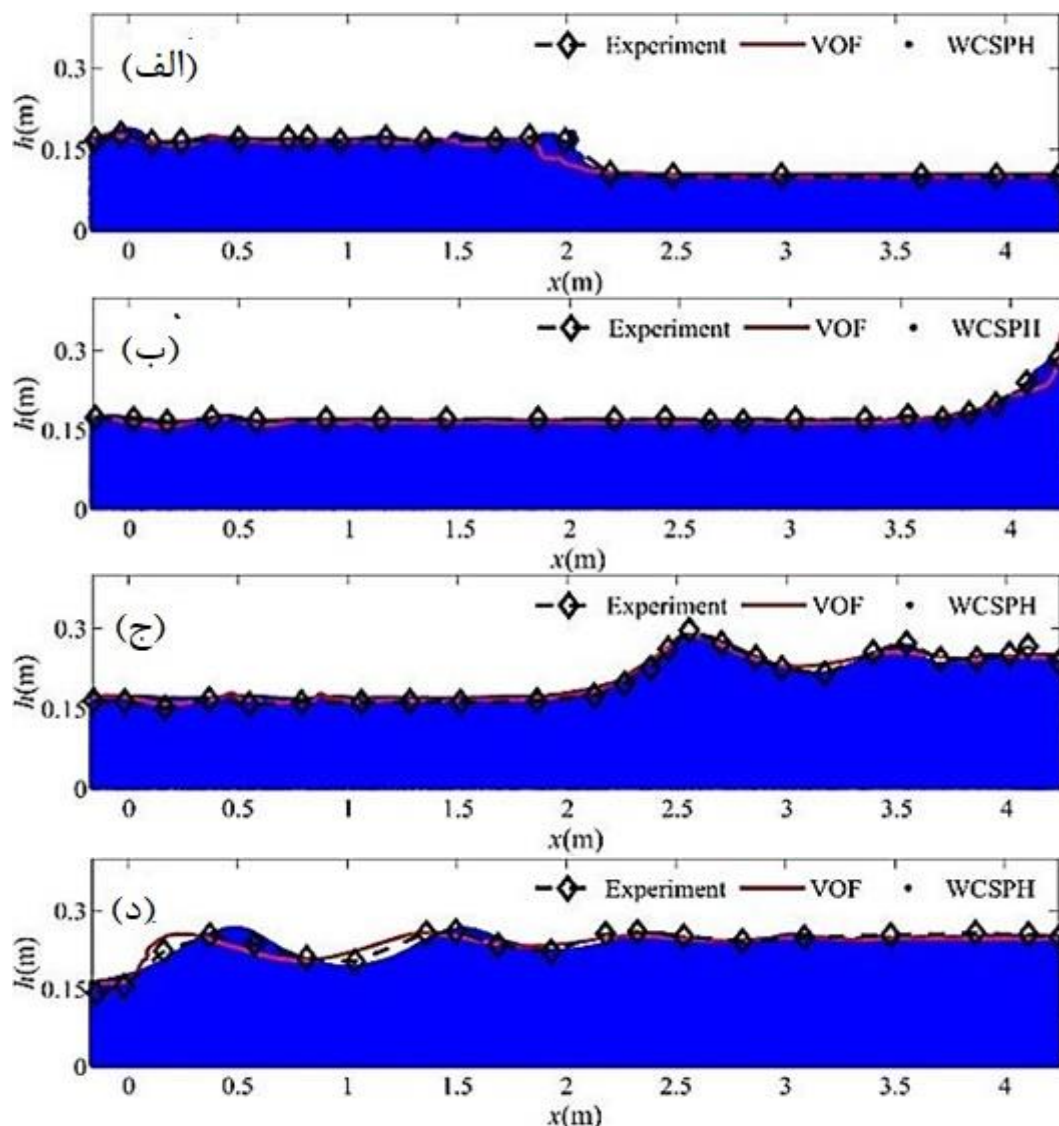
۳- یافته‌ها و بحث

در این بخش به ارائه نتایج عددی پرداخته شده است. برای صحت‌سنجی و کنترل میزان دقت مدل عددی WCSPH توسعه داده شده، نتایج آن با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شد. همچنین برای بررسی بهتر کارایی مدل عددی مذکور، نتایج آن با نتایج حاصل از مدل VOF و همچنین نتایج پژوهش‌های مشابه مورد مقایسه و بحث قرار گرفت.

۳-۱- انتشار امواج ناشی از شکست سد بر روی بستر مرطوب

نتایج آزمایشگاهی این مسئله، تا مدت زمان ۶/۶۴ s در چند مقطع زمانی ثبت شده است. مقایسه نتایج حاصل از حل‌های عددی و داده‌های آزمایشگاهی، برای چهار مقطع زمانی مختلف در شکل (۶) قرار داده شده است. همان‌طور که در شکل (۶) مشاهده می‌شود، برای زمان ۱/۴۲ s نتایج نسبتاً مشابهی بین اندازه‌گیری آزمایشگاهی و مدل WCSPH به‌دست آمد. مدل VOF سطح آزاد موج پیش‌رونده را مقداری پایین‌تر پیش‌بینی کرد. در زمان ۳/۲۶ s انعکاس موج سیل به

سبب برخورد آن با دیواره شروع شده است. در این زمان نتایج مشابهی بین اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی و مدل‌های عددی به‌دست آمده است و تنها اختلاف مربوط به محل دیواره پایین دست است که در آن محل، مدل VOF حداکثر ارتفاع موج را کمی بیشتر پیش‌بینی کرده است. سرعت جبهه موج پس‌رونده زیاد است و باعث ایجاد آشفتگی در جریان می‌شود. مطابقت خوب بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل عددی WCSPH در زمان‌های ۴/۷۸ و ۶/۶۴ s، حاکی از آن است که مدل عددی فوق در شبیه‌سازی امواج و محاسبه سطح آزاد جریان حتی با وجود آشفتگی و تغییرات شدید سطح آزاد، دارای دقت و کارایی بالایی است. همچنین برای مقایسه کمی نتایج عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی، در جدول (۱)، نتایج مربوط به محاسبه معیارهای RMSE و MPE در زمان‌های مختلف ارائه شده است. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، میزان خطای روش‌های عددی پس از انعکاس موج سیل به سبب برخورد با دیواره انتهایی افزایش یافته است و بیشترین میزان خطا مربوط به زمان ۶/۶۴ s است. میزان خطای روش WCSPH نسبت به مدل VOF، در سه مقطع زمانی اول به میزان قابل توجهی کمتر است و جواب‌های دقیق‌تری ارائه داده است، اما در مقطع زمانی انتهایی، دقت هر دو روش عددی تقریباً با یکدیگر برابر است. به‌طور کلی، میانگین درصد خطای روش‌های عددی، حتی با وجود آشفتگی و تغییرات شدید سطح آزاد کم‌تر از ۴٪ به‌دست آمده است که نشان‌گر دقت بالای این روش‌ها است.



شکل ۶- مقایسه نتایج روش WCSPPH (ذرات آبی)، حل کننده VOF (خط قرمز) و اندازه گیری های آزمایشگاهی Kocaman and Ozmen-Cagatay (2015) (خط چین- الماس) برای مسئله شکست سد بر روی بستر مرطوب پس از شکست سد در زمان های: الف- ۱/۴۲، ب- ۳/۲۶، ج- ۴/۷۸، و د- ۶/۶۴ s

Fig. 6 Comparison between the results of WCSPPH method (blue particles), VOF solver (red line), and Kocaman and Ozmen-Cagatay (2015) experimental measurements (diamond-dashed line) for dam-break over a wet bed after dam-break at different times: a) 1.42, b) 3.26, c) 4.78, and d) 6.64 s

جدول ۱- مقادیر خطاهای روش های عددی در محاسبه ارتفاع سطح آزاد برای مسئله شکست سد بر بستر مرطوب در زمان های مختلف

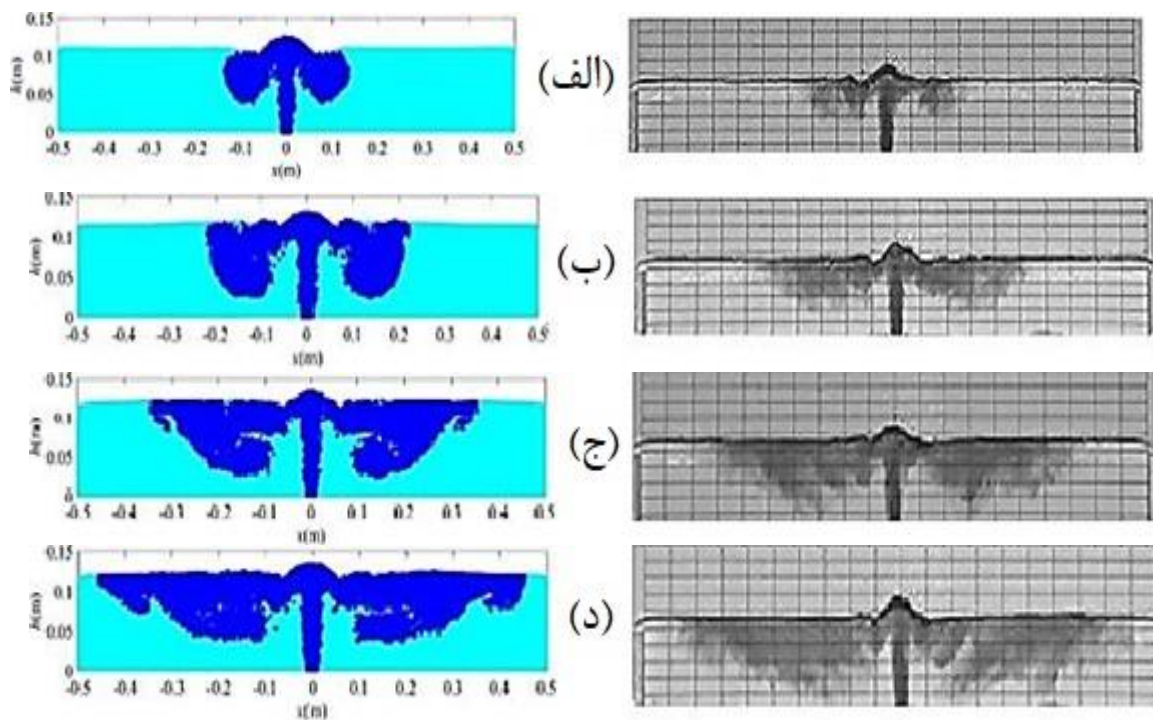
Table 1 Error values of numerical methods in calculating the height of the free surface for the dam-break problem over a wet bed at different times

Time (s)	RSME ^{WCSPPH} (m)	RSME ^{VOF} (m)	MPE ^{WCSPPH} (%)	MPE ^{VOF} (%)
1.42	0.00334	0.00865	1.3438	2.5519
3.26	0.00305	0.00693	1.5082	2.8619
4.78	0.00662	0.00825	2.7644	3.3507
6.64	0.01075	0.01028	3.8682	3.6779

پژوهش حاضر و تصاویری که از مطالعه آزمایشگاهی برداشت شده است را برای زمان های مختلف نشان می دهد. در شکل مذکور، رنگ تیره نشان گر جریان جت تزریق شده است.

۳-۲- تزریق جت در کف یک مخزن آب

شکل (۷) مقایسه ای بین نتایج عددی به دست آمده برای وضعیت حرکت جریان با استفاده از روش WCSPPH



شکل ۷- مقایسه بین نتایج روش WCSPPH (ستون چپ) و تصاویر آزمایشگاهی مطالعه (Espa and Frattini (2002) (ستون راست) برای مسئله تزریق جت در کف مخزن آب در زمان‌های مختلف: الف- ۰/۸۴، ب- ۱/۴۰، ج- ۱/۹۶، و د- ۲/۵۲ s

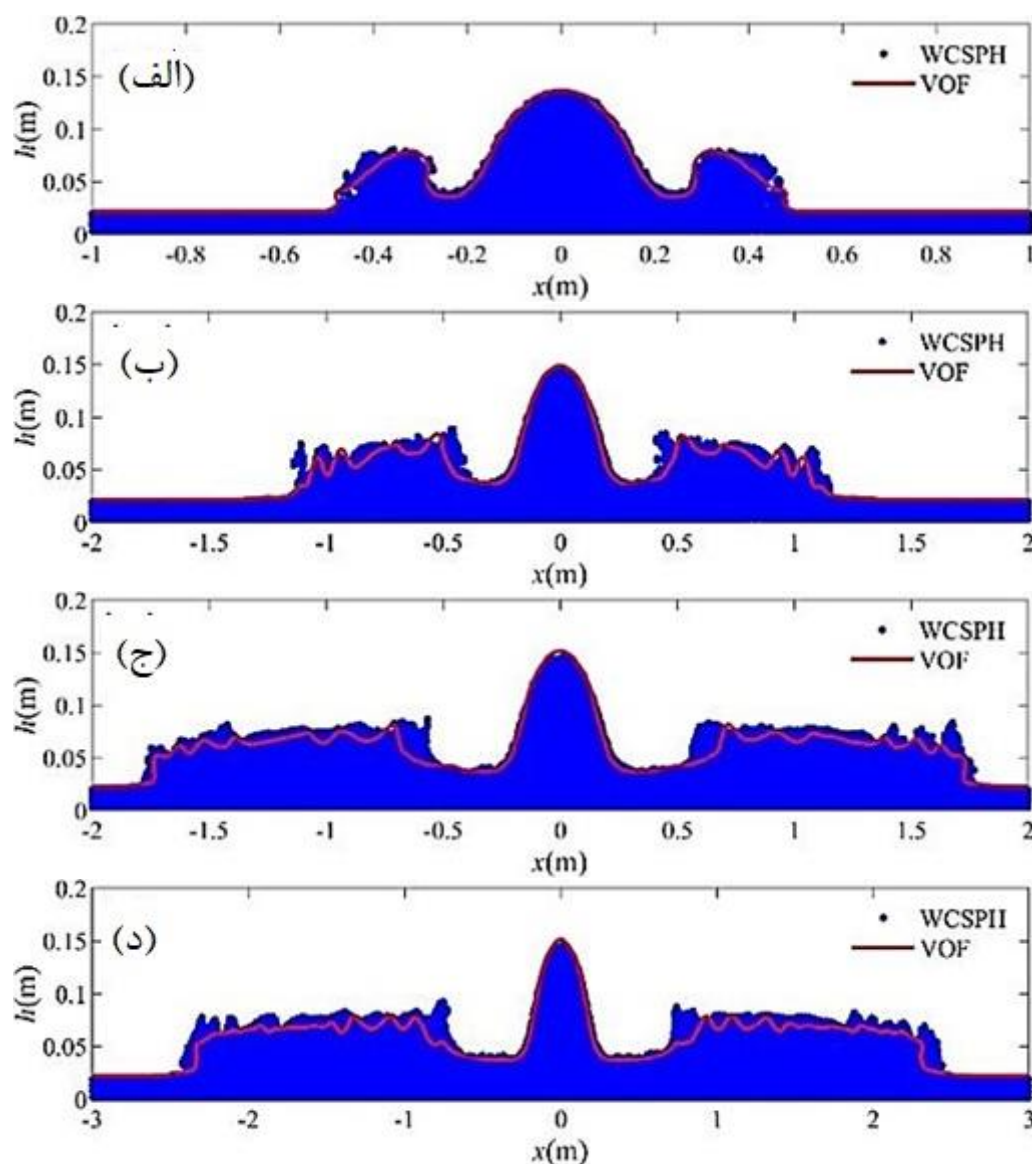
Fig. 7 Comparison between the results of the WCSPPH method (left column) and experimental images of the study of Espa and Frattini (2002) for the problem of jet injection at the bottom of a water tank at different times: a) 0.84, b) 1.40, c) 1.96, and d) 2.52 s

داده شده‌اند و صرفاً رنگ آن‌ها متفاوت در نظر گرفته شد. بنابراین، در مدل عددی تاثیر ماده افزودنی که در شرایط آزمایشگاهی وجود دارد در نظر گرفته نمی‌شود. با این حال، در شکل‌های (۷-ج) و (۷-د) اختلاف بین نتایج عددی و تصاویر آزمایشگاهی کاهش یافته است. در این شکل‌ها، مقدار حداکثر گسترش جت در امتداد دیواره‌های جانبی در نتایج روش WCSPPH بر حسب m به ترتیب برابر با ۰/۳۵ و ۰/۴۵ پیش‌بینی شده است که مشابه با تصاویر آزمایشگاهی است. همچنین در آن‌ها موقعیت گردابه‌ها و میزان پخشیدگی ذرات جت در امتداد قائم نیز مطابقت مطلوبی با تصاویر آزمایشگاهی دارد.

مسئله فوق در مطالعات دیگری نیز با استفاده از روش SPH و با شرایط مرزی متفاوت بررسی شده است. در پژوهش (Espa et al. (2008)، شرایط مرزی باز به صورت ساده و بدون استفاده از ذرات بافر اعمال شده است. به عبارت دیگر در شرایط مرزی مذکور، در مرزهای ورودی و خروجی، ذرات به صورت ناگهانی به دامنه مسئله اضافه و کم می‌شوند. در پژوهش مذکور، برای شرایط مرزی خروجی، فشار ثابت $P = 1500 \text{ N/m}^2$ اعمال شده است. اما در پژوهش (Aristodemo et al. (2015) از رویکرد ذرات بافر برای

از نظر فیزیکی، جت در امتداد جهت عمودی شروع به بالا رفتن از مخزن آب می‌کند. پس از رسیدن جریان جت به سطح آزاد منجر به انفجار پی‌درپی در سطح آزاد می‌شود و پس از این اتفاق، یک جفت گرداب در شکل جت پدیدار می‌شود. در شکل (۷-الف) جریان جت با سطح آزاد برخورد کرده است و مشابه با تصویر آزمایشگاهی، یک جفت گرداب نسبتاً متقارن در نتایج WCSPPH مشاهده می‌شود. در این زمان مقدار گسترش جت در امتداد دیواره‌های جانبی نسبت به مرکز مخزن برابر با ۰/۱۵ m است. برهم‌کنش جت با سطح آزاد منجر به گسترش جانبی جریان جت می‌شود. در شکل (۷-ب) مقدار گسترش جانبی جت به ۰/۲۳ m رسیده است. در دو شکل فوق، مقایسه مقادیر ذکر شده با تصاویر آزمایشگاهی نشان‌گر این است که روش WCSPPH به خوبی میزان حداکثر گسترش جانبی جت را پیش‌بینی کرده است. اما در میزان پخشیدگی ذرات جت در امتداد قائم، مقداری اختلاف بین نتایج عددی و تصاویر آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. علت این اختلافات می‌تواند به استفاده از ماده افزودنی متیلن بلو در آزمایشگاه که برای ردیابی بهتر جریان جت اضافه شده است، مرتبط باشد. در روش WCSPPH، ذرات جت با خصوصیات کاملاً مشابه با ذرات آب مخزن قرار

۳-۳- جریان ورودی از کف به بستر مرطوب
 شکل (۸)، مقایسه بین نتایج حاصل از روش‌های WCSPH و VOF برای این مسئله را نشان می‌دهد. اعمال شرایط مرزی استفاده شده و برای مرزهای خروجی، گرادیان‌های سرعت و فشار صفر در نظر گرفته شده است. در مقایسه با پژوهش‌های قبلی، نتایج مدل WCSPH پژوهش حاضر تطابق بهتری با تصاویر آزمایشگاهی دارد.



شکل ۸- مقایسه نتایج روش WCSPH (ذرات آبی) و حل‌کننده VOF (خط قرمز) برای مسئله جریان ورودی از کف به بستر مرطوب در زمان‌های مختلف: الف- ۰/۵، ب- ۱، ج- ۱/۵، و د- ۲ s

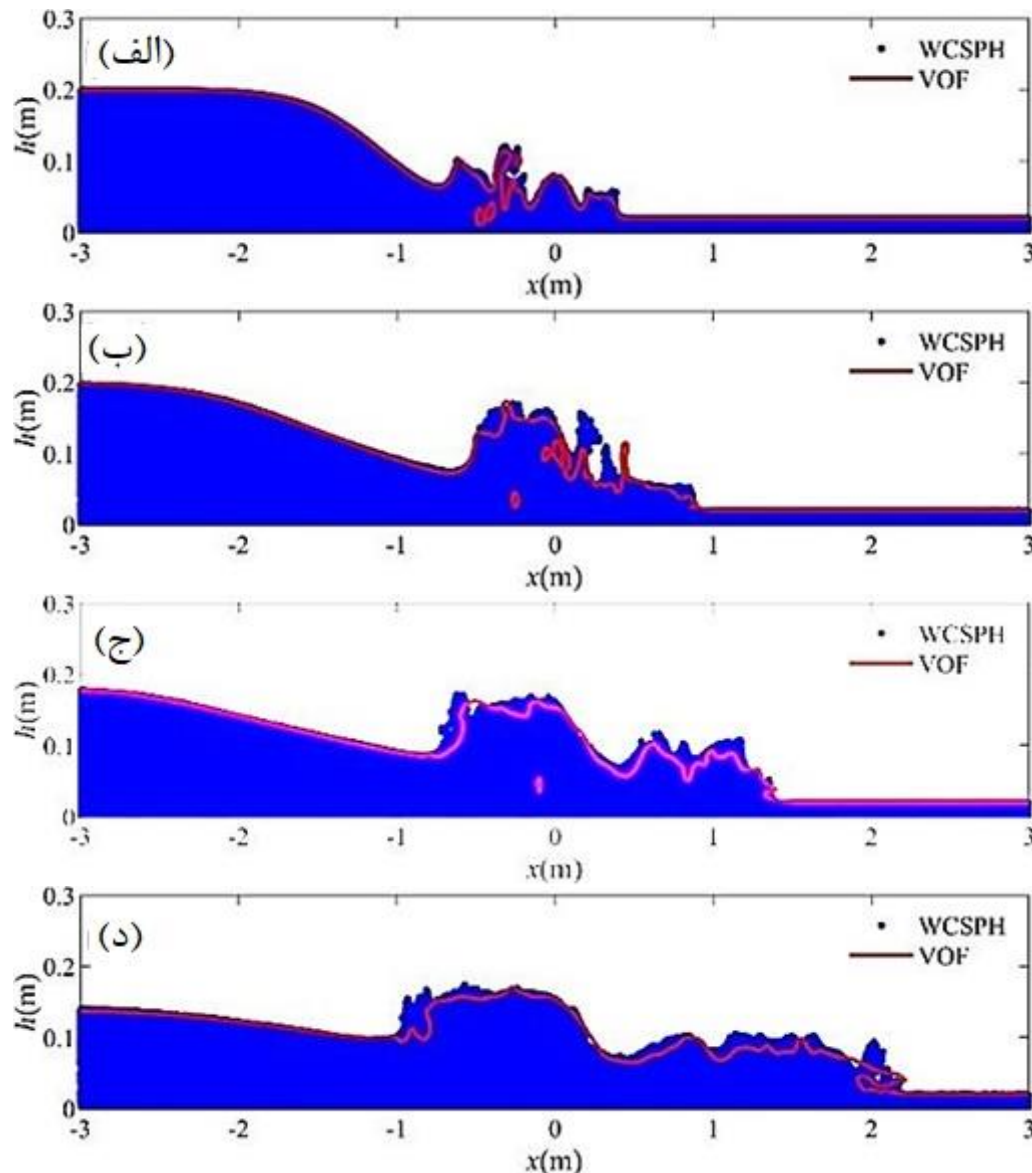
Fig. 8 Comparison between the results of the WCSPH method (blue particles) and VOF solver (red line) for the problem of inflow over a wet bed from the bottom at different times: a) 0.5, b) 1, c) 1.5, and d) 2 s

همان‌طور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، مدل WCSPH پژوهش حاضر علی‌رغم اینکه از مدل آشفتگی استفاده نمی‌کند، آشفتگی و نوسانات سطح آب را به خوبی شبیه‌سازی کرده است. نتایج حاصل از مدل WCSPH با نتایج حل‌کننده VOF که در آن برای مدل‌سازی‌ها از مدل آشفتگی پیچیده RST استفاده شده است، مطابقت بسیار خوبی دارد.

مسئله فوق با هندسه مشابه برای سرعت‌های مختلف جریان ورودی، توسط Mahdizadeh et al. (2011) با استفاده از الگوریتم پخش موج مدل‌سازی شده و نتایج آن با یک مدل VOF مقایسه شده است. الگوریتم مذکور به حل معادلات آب کم‌عمق می‌پردازد که این معادلات بر اساس فرض فشار هیدرواستاتیک و شتاب عمودی ناچیز به‌دست می‌آیند. بنابراین در مطالعه فوق، به‌دلیل وجود فشار

۳-۳- برهم کنش جریان ناشی از شکست سد با جریان ورودی از کف
نتایج عددی این مسئله برای زمان های مختلف در شکل (۹) نشان داده شده است.

غیرهیدرواستاتیکی، برای سرعت جریان ورودی ۱ m/s نتایج مطلوبی ارائه نشده است. همچنین روش عددی مذکور، برای سرعت های پایین تر نیز قادر به شبیه سازی نوسانات سطح آزاد نبوده و سطح آزاد را به صورت هموار ارائه کرده است.



شکل ۹- مقایسه نتایج روش WCSPH (ذرات آبی) و حل کننده VOF (خط قرمز) برای مسئله برهم کنش شکست سد با جریان ورودی از کف بر روی بستر مرطوب در زمان های مختلف: الف- ۰/۵، ب- ۱، ج- ۱/۵، و د- ۲ s

Fig. 9 Comparison between the results of the WCSPH method (blue particles) and VOF solver (red line) for problem of the interaction of dam-break with inflow from the bottom over a wet bed at different times: a) 0.5, b) 1, c) 1.5, and d) 2 s

برخلاف مدل VOF که دو فاز آب و هوا را در مدل سازی ها در نظر می گیرد، مدل WCSPH مورد استفاده در پژوهش حاضر فقط فاز آب را در مدل سازی ها در نظر می گیرد و به همین جهت قادر به مدل سازی حفره های کوچک هوا نبوده است. به سبب شدت برخورد جریان ها، در زمان های بعدی یک جریان برگشتی نیز ایجاد شده است. اختلاف بین نتایج

همان طور که در شکل (۹) مشاهده می شود، در زمان ۰/۵ s، برخورد بین موج حاصل از شکست سد و موج جریان ورودی به بستر رخ داده است. در این زمان روش های WCSPH و VOF نتایج نسبتاً مشابهی برای شبیه سازی برهم کنش این امواج ارائه داده اند و تنها اختلاف کوچک آن ها حفره های کوچک هوا است که در روش VOF ایجاد شده است.

در نظر گرفتن برهمکنش‌های پیچیده با جریان سطحی بود که بر اساس آن خلاصه نتایج به صورت زیر قابل بیان است:

۱- در مدل‌سازی آزمایشگاهی شکست سد بر روی بستر مرطوب، مشاهده شد که میانگین درصد خطا در تمام مقاطع زمانی، برای نتایج حاصل از مدل‌های WCSPPH و VOF به ترتیب در حد ۲ و ۳٪ بوده است. بیشترین مقدار آن برای هر دو روش کمتر از ۴٪ بوده است که نشان از دقت بالای این روش‌های عددی دارد.

۲- مدل عددی WCSPPH مورد استفاده در این پژوهش، بدون داشتن ابزار آشفتگی، توانایی مدل‌سازی جریان‌های با آشفتگی زیاد و دارای نوسانات شدید سطح آزاد را دارد و حتی نسبت به مدل عددی VOF که از یک مدل آشفتگی پیچیده استفاده می‌کند، نتایج دقیق‌تری ارائه کرده است.

۳- بر اساس بررسی‌های انجام شده در مسئله تزریق جت در کف مخزن آب، نتایج حاصل از روش WCSPPH مورد استفاده در پژوهش حاضر، تطابق خوبی با تصاویر آزمایشگاهی دارد. همچنین نسبت به مدل‌های عددی سایر پژوهشگران نتایج بهتری ارائه کرده است. بنابراین شرایط مرزی ورودی و خروجی جدید که در پژوهش حاضر معرفی شد دارای دقت و عملکرد خوبی می‌باشد.

۴- در مدل‌سازی جریان ورودی به بستر و همچنین برهم‌کنش‌های پیچیده آن با جریان سیلاب سطحی، روش WCSPPH مورد استفاده، علی‌رغم تک فاز بودن، نتایج نسبتاً مشابهی با نتایج حاصل از حل کننده VOF ارائه داده است.

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها حسب درخواست، از طرف نویسنده مسئول از طریق ایمیل قابل ارسال است.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که، هیچ‌گونه تضاد منافی در رابطه با نویسندگی و یا انتشار این مقاله ندارند.

References

Aristodemo, F., Marrone, S. and Federico, I. (2015). SPH modeling of plane jets into water bodies through an inflow/outflow algorithm. Ocean. Eng., 105, 160-175. DOI: [10.1016/j.oceaneng.2015.06.018](https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.06.018).

روش‌های عددی، در زمان‌های انتهایی اندکی آشکارتر شده است، به‌گونه‌ای که روش WCSPPH ارتفاع سطح آزاد را مقداری بالاتر از روش VOF پیش‌بینی کرده است. به‌طور کلی، نتایج روش WCSPPH با نتایج روش VOF حتی برای زمان ۲ s تطابق خوبی دارد.

مسئله برهم‌کنش جریان ناشی از شکست سد با جریان ورودی از کف در پژوهش‌های Mahdizadeh et al. (2011) و Moodi et al. (2020) مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش‌ها از روش‌های مبتنی بر حل معادلات آب کم‌عمق استفاده شده است و نتایج آن‌ها با یک مدل VOF مقایسه شده است. در پژوهش Mahdizadeh et al. (2011) برای جریان ورودی یک پارامتر بدون بعد با رابطه $En = V/\sqrt{gl}$ تعریف شده است که در آن V سرعت جریان ورودی، l طول مجرای ورودی و g شتاب ثقل است. در پژوهش مذکور به مدل‌سازی مسئله مورد نظر با $0.452/En =$ پرداخته شده است که باعث ایجاد برهم‌کنش‌های ضعیف می‌شود. الگوریتم مورد استفاده در پژوهش فوق‌قادر به مدل‌سازی مسائل با En بالاتر نبوده است. در پژوهش Moodi et al. (2020) نیز مسئله فوق برای En کوچک $0.714/En$ انجام شده است و نتایج آن برای مدت کوتاهی با نتایج مدل VOF قابل مقایسه بوده است. اما در پژوهش حاضر، مسئله با $En = 0.505$ مدل‌سازی شده است و نتایج آن مطابقت خوبی با نتایج مدل VOF دارد.

۴- نتیجه‌گیری

هدف از پژوهش حاضر، توسعه شرایط مرزی مدل WCSPPH، برای ایجاد امکان مدل‌سازی جریان ورودی به دامنه، به‌ویژه از مرز پایین و بررسی دقت و کارایی مدل عددی نهایی برای شبیه‌سازی جریان‌های ورودی به بستر با

Colagrossi, A. and Landrini, M. (2003). Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. J. Comput. Phys., 191(2), 448-475. DOI: [10.1016/S0021-9991\(03\)00324-3](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00324-3).

- Domínguez, J. M., Fourtakas, G., Altomare, C., Canelas, R. B., Tafuni, A., García-Feal, O., Martínez-Estévez, I., Mokos, A., Vacondio, R., Crespo, A. J. C., Rogers, B. D., Stansby, P. K. and Gómez-Gesteira, M. (2022). DualSPHysics: from fluid dynamics to multiphysics problems. *Comput. Part. Mech.*, 9(5), 867-895. DOI: [10.1007/s40571-021-00404-2](https://doi.org/10.1007/s40571-021-00404-2).
- Espa, P. and Frattini, A. (2002) Experimental study of turbulent, 2-D, vertical jets in shallow water. *Proceedings of the 11th International Symposium on Applications of Laser Techniques*, 36(6), 1-13.
- Espa, P., Sibilla, S. and Gallati, M. (2008). SPH simulations of a vertical 2-D liquid jet introduced from the bottom of a free-surface rectangular tank. *Adv. Appl. Fluid Mech.*, 3(2), 105-140.
- Gomez-Gesteira, M., Rogers, B. D., Crespo, A. J. C., Dalrymple, R. A., Narayanaswamy, M. and Dominguez, J. M. (2012). SPHysics – development of a free-surface fluid solver – Part 1: Theory and formulations. *Comput. Geosci.*, 48, 289-299. DOI: [10.1016/j.cageo.2012.02.029](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2012.02.029).
- Huang, Y., Jin, X. and Ji, J. (2022). Effects of barrier stiffness on debris flow dynamic impact—II: numerical simulation. *Water*, 14(2), 182. DOI: [10.3390/w14020182](https://doi.org/10.3390/w14020182).
- Jandaghian, M., Siaben, H. M. and Shakibaeinia, A. (2022). Stability and accuracy of the weakly compressible SPH with particle regularization techniques. *Europ. J. Mech. B. Fluid.*, 94, 314-333. DOI: [10.1016/j.euromechflu.2022.03.007](https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2022.03.007).
- Kitsikoudis, V., Erpicum, S., Rubinato, M., Shucksmith, J. D., Archambeau, P., Piroton, M. and Dewals, B. (2021). Exchange between drainage systems and surface flows during urban flooding: Quasi-steady and dynamic modelling in unsteady flow conditions. *J. Hydrol.*, 602, 126628. DOI: [10.1016/j.jhydrol.2021.126628](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126628).
- Kocaman, S. and Ozmen-Cagatay, H. (2015). Investigation of dam-break induced shock waves impact on a vertical wall. *J. Hydrol.*, 525, 1-12. DOI: [10.1016/j.jhydrol.2015.03.040](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.03.040).
- Liu, M. B. and Liu, G. R. (2006). Restoring particle consistency in smoothed particle hydrodynamics. *Appl. Numer. Math.*, 56(1), 19-36. DOI: [10.1016/j.apnum.2005.02.012](https://doi.org/10.1016/j.apnum.2005.02.012).
- Luo, P., Luo, M., Li, F., Qi, X., Huo, A., Wang, Z., He, B., Takara, K., Nover, D. and Wang, Y. (2022). Urban flood numerical simulation: Research, methods and future perspectives. *Environ. Model. Softw.*, 156, 105478. DOI: [10.1016/j.envsoft.2022.105478](https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2022.105478).
- Mahdizadeh, H., Stansby, P. K. and Rogers, B. D. (2011). On the approximation of local efflux/influx bed discharge in the shallow water equations based on a wave propagation algorithm. *Int. J. Numer. Methods Fluids.*, 66(10), 1295-1314. DOI: [10.1002/fld.2314](https://doi.org/10.1002/fld.2314).
- Martins, R., Kesserwani, G., Rubinato, M., Lee, S., Leandro, J., Djordjević, S. and Shucksmith, J. D. (2017). Validation of 2D shock capturing flood models around a surcharging manhole. *Urban Water J.*, 14(9), 892-899. DOI: [10.1016/j.jcp.2013.03.011](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.03.011).
- Moodi, S., Mahdizadeh, H. and Azhdari Moghaddam, M. (2020). Numerical investigation of flood flow in sewer network considering the effects of manhole. *Iran. Water Res. J.*, 14(4), 67-76 [In Persian].
- Purkayastha, S. and Afzal, M. S. (2022). Review of smooth particle hydrodynamics and its applications for environmental flows. *J. Instit. Eng., Series A.*, 103(3), 921-941. DOI: [10.1007/s40030-022-00650-4](https://doi.org/10.1007/s40030-022-00650-4).
- Rubinato, M., Martins, R., Kesserwani, G., Leandro, J., Djordjević, S. and Shucksmith, J. (2017). Experimental calibration and validation of sewer/surface flow exchange equations in steady and unsteady flow conditions. *J. Hydrol.*, 552, 421-432. DOI: [10.1016/j.jhydrol.2017.06.024](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.06.024).
- Tafuni, A., Domínguez, J. M., Vacondio, R. and Crespo, A. J. C. (2018). A versatile algorithm for the treatment of open boundary conditions in smoothed particle hydrodynamics GPU models. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 342, 604-624. DOI: [10.1016/j.cma.2018.08.004](https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.08.004).
- Wang, D., Li, S., Sun, L., Zhang, Z. and Huang, P. (2022). Numerical study of wave dynamics over island reefs based on smoothed particle Hydrodynam. *Method. Math. Probl. Eng.*, 2022, 9669925. DOI: [10.1155/2022/9669925](https://doi.org/10.1155/2022/9669925).

Xiong, J., Lu, C., Qu, W., Yang, Y. and Cheng, X. (2020). Assessment of RANS models in predicting mixing flow induced by split-type

vanes in rod bundle. Nucl. Eng. Des., 363, 110615. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2020.110615](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2020.110615).

How to cite this paper:

Jelvehgar, F., Mahdizadeh, H., Mollazadeh, M. and Shakibaeinia, A. (2023). Numerical modeling of inflow into a wet bed with complex free-surface interactions using a weakly compressible smoothed particle hydrodynamics method. Environ. Water Eng., 9(1), 109–126. DOI: [10.22034/EWE.2022.356038.1800](https://doi.org/10.22034/EWE.2022.356038.1800)
